

Les exercices suivants devront être faits **sans calculatrice**. (La calculatrice étant interdite au concours). L'objectif est de réussir à calculer vite, sans erreur pour pouvoir ensuite se consacrer uniquement au raisonnement.

Exercice 1

Etudier les fonctions suivantes de la manière suivante :

- Etude du domaine de définition (c'est donner l'ensemble des $x \in \mathbf{R}$ pour lesquels $f(x)$ a un sens.)
- Etude du domaine de dérivabilité.
- Calcul de la dérivée.
- Tableau de variation et études des limites.
- Représentation graphique de la fonction en précisant les tangentes horizontales et verticales à la courbe et les asymptotes éventuelles.

1) $f(x) = x \ln x - x$

4) $f(x) = \ln x + e^x$

2) $f(x) = x^2 e^x$

3) $f(x) = \sqrt{x^2 + 5x + 4}$

5) $f(x) = \ln(e^x - 1)$

Exercice 2

Calculer le plus rapidement possible les expressions suivantes (on donnera les résultats sous forme de fractions ou d'entiers) :

a) $2^{11} \times 0.5^{13}$. b) $(\frac{2}{5})^3 \times (\frac{5}{2})^8$. c) $(\frac{7}{4})^3 \times (\frac{8}{7})^5$ d) $(2^{-3})^4 \times 8^2$ e) $(-4)^{-4} \times 16^2$ f) $\frac{7^3 \times 3^{-2}}{9 \times 49}$

Exercice 3

- 1) Déterminer la fonction f définie sur \mathbf{R} par $f(x) = ax^2 + bx + c$ sachant que : $f(1) = 3$, $f(-1) = -3$ et $f(2) = 9$ (C'est à dire déterminer les réels a, b et c).
- 2) Résoudre alors l'inégalité : $f(x) \geq 1$

Exercice 4

La suite $(u_n)_{n \in \mathbf{N}}$ est définie par : $u_{n+1} = u_n^2 - \frac{3}{4}u_n + 1$ et le premier terme u_0 . Calculer u_1, u_2, u_3, u_4, u_5 pour $u_0 = -1, u_0 = 0$ et $u_0 = \frac{5}{3}$

Exercice 5

- 1) La suite $(u_n)_{n \in \mathbf{N}}$ est arithmétique de raison $\frac{2}{5}$ et de premier terme $u_0 = -2$.
 - a: Calculer le terme u_{100} de cette suite.
 - b: Résoudre dans \mathbf{N} l'inéquation $u_n \geq 50$
- 2) La suite $(v_n)_{n \in \mathbf{N}}$ est géométrique de raison 2 et de premier terme $v_0 = 1$.
 - a: Calculer le terme v_5 de cette suite.
 - b: Résoudre dans \mathbf{N} l'inéquation $v_n \geq 100$.

Exercice 6

On lance deux dés (à 6 faces) non truqués, comparer la probabilité des événements suivants : a) "la somme est égale à 7". b) "la somme est égale à 8". c) "la somme est égale à 6".

Exercice 7

Combien de mots différents peut-on former avec les lettres du mot **DEVOIRS**? Combien peut-on former de codes différents comportant 4 lettres distinctes suivis de 2 chiffres distincts?

Exercice 8

Un fermier possède un grillage d'une longueur de 100 mètres pour former une pâture rectangulaire. (Bien sûr son terrain est plat...!). Comment doit-il choisir la longueur et la largeur de son terrain pour que ses vaches puissent manger un maximum d'herbe?